

---

# **Formulación Matemática del Modelo de Asignación de Unidades con Restricciones de Seguridad y Cálculo de Precios Marginales Locales y de Servicios Conexos en el Mercado de un Día en Adelanto**

Versión No. 1

Enero de 2016

---

**Elaborado por:**

José Luis Ceciliano Meza (IIE)  
Armando de la Torre Sánchez (IIE)  
Juan Álvarez López (IIE)  
Rolando Nieva Gómez (IIE)

**Revisado por:**

Favio Perales Martínez (CENACE)  
Félix Márquez Marín (CENACE)  
Cesar Torres Ruíz (CENACE)

## CONTROL DE VERSIONES

Versión	Fecha	Observaciones
1	20-ene-2016	Se elabora la primera versión del documento

---

## CONTENIDO

1.0	INTRODUCCIÓN.....	5
2.0	FORMULACION MATEMATICA DEL MODELO.....	5
2.1	Notación.....	5
2.2	Modelo Matemático .....	11
2.2.1	Función objetivo .....	12
2.2.2	Unidades con rango de operación continuo .....	14
2.2.3	Unidades con rango de operación discontinuo.....	22
2.2.4	Unidades de centrales hidroeléctricas .....	31
2.2.5	Unidades renovables intermitentes.....	34
2.2.6	Cargas participantes .....	35
2.2.7	Restricciones del sistema eléctrico.....	36
2.2.8	Requerimientos del CENACE por zona de reserva.....	37
2.2.9	Requerimientos del CENACE de reserva por sistema .....	39
2.2.10	Otros requerimientos del CENACE .....	41
2.2.11	Límites de integralidad y cotas simples .....	41
3.0	Precios Marginales Locales .....	41
4.0	Precios de Reservas (Servicios Conexos) .....	42

## 1.0 INTRODUCCIÓN

Este documento detalla el modelo matemático utilizado para llevar a cabo la Asignación de Unidades para el Mercado de Día en Adelanto (AU-MDA) y la Asignación de Unidades de Central Eléctrica para Confiabilidad (AUGC).

## 2.0 FORMULACION MATEMATICA DEL MODELO

Esta sección presenta formalmente las ecuaciones, así como su descripción conceptual.

### 2.1 Notación

En esta sección se describe la notación empleada para la formulación del problema de AU-MDA, para representar subíndices, conjuntos, variables y constantes. Las representaciones no previstas en esta sección se definirán conforme se utilicen.

### Índices y Conjuntos

$b$	Índice para segmentos de ofertas/requerimientos.
$br$	Índice para grupos de ramas eléctricas.
$ci$	Índice para centrales hidroeléctricas.
$p$	Índice para conjuntos de unidades gemelas.
$d$	Índice para cargas.
$e$	Índice para embalses.
$i$	Índice para los intervalos del día del MDA.
$l, m$	Índices para modos de operación de unidades con rango de operación discontinuo.
$n$	Índice para nodos eléctricos del sistema.
$o$	Índice para grupos de unidades térmicas con restricciones de energía.
$r$	Índice para zonas de reserva.
$ro$	Índice para los rangos operativos de una unidad con zonas prohibidas de operación
$s$	Índice para los segmentos de ofertas de arranque.
$u$	Índice para unidades que participan en el MDA.
$\mathcal{B}^{OCE}$	Conjunto de segmentos de la curva de oferta de compra de energía.
$\mathcal{B}^{OVE}$	Conjunto de segmentos de la curva de oferta de venta de energía.
$\mathcal{B}_{CENACE}^{RR010}$	Conjunto de segmentos del requerimiento de reserva rodante de diez minutos del CENACE.

$R10$ $\mathcal{B}_{CENACE}$	Conjunto de segmentos del requerimiento de reserva operativa de diez minutos del CENACE.
$RS$ $\mathcal{B}_{CENACE}$	Conjunto de segmentos del requerimiento de reserva suplementaria del CENACE.
$CO$ $\mathcal{B}_{CENACE}$	Es igual a $\mathcal{B}_{CENACE}^{RR010} \cup \mathcal{B}_{CENACE}^{R10} \cup \mathcal{B}_{CENACE}^{RS}$ ; conjunto de segmentos del requerimiento de reserva de generación ante contingencias del CENACE.
$RRe$ $\mathcal{B}_{CENACE}$	Conjunto de segmentos del requerimiento de reserva para regulación secundaria del CENACE.
$\mathcal{BR}$	Conjunto de grupos de ramas eléctricas.
$\mathcal{CJ}$	Conjunto de centrales hidroeléctricas.
$\mathcal{E}^{LE}$	Conjunto de embalses con limitación de energía.
$\mathcal{D}$	Conjunto de cargas que ofertan en el MDA.
$\mathcal{J}$	Conjunto de intervalos del día del MDA.
$\mathcal{M}$	Conjunto de modos de operación de unidades con rango de operación discontinuo.
$\mathcal{MA}$	Conjunto de modos de operación de unidades con rango de operación discontinuo en los que es posible arrancar.
$\mathcal{N}$	Conjunto de nodos eléctricos del sistema.
$\mathcal{O}$	Grupos de unidades térmicas con restricciones de energía.
$\mathcal{R}$	Conjunto de zonas de reserva.
$\mathcal{RO}$	Conjunto de rangos operativos de una unidad con zonas prohibidas de operación
$\mathcal{S}$	Conjunto de segmentos de ofertas de arranque.
$\mathcal{TF}$	Conjunto de transiciones factibles entre modos de operación.
$\mathcal{TJ}$	Conjunto de transiciones infactibles entre modos de operación.
$\mathcal{U}$	Es igual a $\mathcal{U}^{RC} \cup \mathcal{U}^{RD} \cup \mathcal{U}^H \cup \mathcal{U}^{RE} \cup \mathcal{U}^{NPR}$ .
$\mathcal{U}^H$	Conjunto de unidades de centrales hidroeléctricas que participan en el MDA.
$\mathcal{U}^{NPR}$	Conjunto de unidades no programables.
$\mathcal{U}^{RC}$	Conjunto de unidades térmicas que participan en el MDA con rango de operación continuo.
$\mathcal{U}^{RD}$	Conjunto de unidades térmicas que participan en el MDA con rango de operación discontinuo.
$\mathcal{U}^{RE}$	Conjunto de unidades renovables intermitentes que participan en el MDA.
$\mathcal{P}$	Conjunto de grupos de unidades gemelas en el MDA.
$A_p$	Conjunto de unidades gemelas en el grupo $p$ .

$C^H$  Conjunto de unidades de centrales hidroeléctricas que participan como condensadores síncronos.

## Constantes

$AR$	Costo variable de arranque; en \$/h.
$ARU$	Costo fijo de arranque; en \$.
$CD$	Costo de la energía no suministrada; en \$/MWh.
$cv$	Costo en vacío; en \$/h.
$CS$	Penalización por excedente de generación; en \$/MWh.
$CTM$	Costo de la transición entre modos de operación.
$DB$	Demanda de compra de energía; en MW.
$DF$	Requerimiento de demanda fija; en MW.
$DI^{10}$	Capacidad de reserva de diez minutos de cargas controlables; en MW.
$DI^S$	Capacidad de reserva suplementaria de cargas controlables; en MW.
$\overline{EF}$	Límite máximo de energía; en MWh.
$\underline{EF}$	Límite mínimo de energía; en MWh.
$\overline{fn}$	Límite máximo para el contraflujo en la rama eléctrica; en MW.
$\overline{fp}$	Límite máximo para el flujo en la rama eléctrica; en MW.
$\underline{g}$	Potencia mínima operativa; en MW.
$\overline{g}$	Potencia máxima operativa; en MW.
$\underline{g}^{RO}$	Potencia mínima del rango operativo; en MW.
$\overline{g}^{RE}$	Límite máximo de regulación secundaria; en MW.
$\underline{g}^{RE}$	Límite mínimo de regulación secundaria; en MW.
$\overline{g}^{RO}$	Potencia máxima del rango operativo; en MW.
$g^{sinc}$	Potencia de sincronización; en MW.
$g^{sinc10}$	Potencia de sincronización en diez minutos para reserva no rodante de diez minutos; en MW.
$g^{sincS}$	Potencia de sincronización en $x$ minutos para reserva no rodante suplementaria; en MW.
$GB$	Potencia de venta de energía; en MW.
$H^{P.C.I.}$	Número de horas en paro en condiciones iniciales; en horas.
$IN$	Intercambio de potencia activa; en MW.
$\overline{NP}$	Número máximo de paros de una unidad; adimensional.
$\overline{NT}$	Número máximo de transiciones de una unidad; adimensional.
$p^{BR}$	Penalización por violación en el flujo de los grupos de ramas eléctricas; en \$/MW.

$p^{COP}$	Costo de oportunidad para unidades hidroeléctricas basado en el valor del agua a corto plazo; en \$/MWh.
$p^{DI10}$	Precio de oferta de venta de reserva de diez minutos de demandas controlables; en \$/MWh.
$p^{DIS}$	Precio de oferta de venta de reserva suplementaria de demandas controlables; en \$/MWh.
$p^{ELE}$	Penalización por violación en la limitación de energía del embalse; \$/MWh.
$p^{GLE}$	Penalización por violación en la limitación de energía del grupo de unidades térmicas; \$/MWh.
$p^{OCE}$	Precio de oferta de compra de energía; en \$/MWh.
$p^{OVE}$	Precio de oferta de venta de energía; en \$/MWh.
$p^{RRo10}$	Precio de oferta venta de reserva rodante de diez minutos; en \$/MWh.
$p^{RNR10}$	Precio de oferta de venta de reserva no rodante de diez minutos; en \$/MWh.
$p^{RRoS}$	Precio de oferta de venta de reserva rodante suplementaria; en \$/MWh.
$p^{RNRS}$	Precio de oferta de venta de reserva no rodante suplementaria; en \$/MWh.
$p^{RRe}$	Precio de oferta de venta de reserva para regulación secundaria; en \$/MWh.
$\begin{matrix} CO \\ P_{CENACE} \end{matrix}$	Precios de oferta de los requerimientos de reserva rodante de diez minutos, de diez minutos y suplementaria del CENACE; en \$/MWh.
$\begin{matrix} RRe \\ P_{CENACE} \end{matrix}$	Precios de oferta de los requerimientos de reserva para regulación secundaria del CENACE; en \$/MWh.
$R$	Resistencia eléctrica de la rama eléctrica.
$RB$	Rampa de bajada para operación; en MW/hr.
$RCO$	Capacidades de las ofertas de los requerimientos de reserva rodante de diez minutos, de diez minutos y suplementaria del CENACE; en MW.
$RE^{10}$	Rampa de emergencia para reserva rodante de diez minutos; en MW.
$RE^S$	Rampa de emergencia para reserva suplementaria; en MW.
$RNR^{10}$	Capacidad ofertada de venta de reserva no rodante de diez minutos; en MW.
$\underline{RNR}^{10}$	Límite mínimo de la capacidad de venta de reserva no rodante de diez minutos; en MW.
$RNR^S$	Capacidad ofertada de venta de reserva no rodante suplementaria; en MW.
$\underline{RNR}^S$	Límite máximo de la capacidad de venta de reserva no rodante suplementaria; en MW.

$RR$	Rampa para regulación secundaria en $x$ minutos; en MW.
$\overline{RRe}$	Límite máximo de la capacidad de venta de reserva para regulación secundaria; en MW.
$RRe$	Capacidad ofertada de venta de reserva para regulación secundaria; en MW.
$RRe^{CENACE}$	Capacidades ofertadas del requerimiento de reserva para regulación secundaria del CENACE; en MW.
$\overline{RRO}^{10}$	Límite máximo de la capacidad de venta de reserva rodante de diez minutos; en MW.
$RRO^{10}$	Capacidad ofertada de venta de reserva rodante de diez minutos; en MW.
$\overline{RRO}^S$	Límite máximo de la capacidad de venta de reserva rodante suplementaria; en MW.
$RRO^S$	Capacidad ofertada de venta de reserva rodante suplementaria; en MW.
$RS$	Rampa de subida para operación; en MW/hr.
$RS^{sinc}$	Rampa de subida durante el proceso de arranque; en MW/hr.
$sfbr$	Sensibilidad de flujo en la rama eléctrica con respecto a los cambios en las inyecciones de neta potencia en los nodos; adimensional.
$sper$	Sensibilidad de pérdidas en el nodo con respecto a los cambios en las inyecciones netas de potencia en el nodo; adimensional.
$\bar{t}$	Tiempo mínimo de operación; en horas.
$\underline{t}$	Tiempo mínimo de paro; en horas.
$tt_{m,l}$	Tiempo de transición entre modo origen y modo destino; en horas.
$\bar{T}$	Hora final del segmento de arranque; en horas.
$\underline{T}$	Hora inicial del segmento de arranque; en horas.
$ts$	Tiempo que dura el proceso de arranque; en horas.

### Variables

$db$	Demanda elástica del segmento de la oferta de compra de energía; en MW.
$df$	Corte de carga; en MW.
$di^{10}$	Capacidad de reserva de la oferta de reserva de diez minutos de cargas controlables, en MW.
$di^S$	Capacidad de reserva de la oferta de reserva suplementaria de cargas controlables, en MW.
$f^+$	Variable artificial de excedente de flujo en una rama eléctrica; en MW.
$f^-$	Variable artificial de excedente de contraflujo en una rama eléctrica; en MW.
$g$	Nivel de generación total de venta de energía; en MW.

---

$gb$	Generación del segmento de la oferta de venta de energía; en MW.
$gef$	Variable artificial para satisfacer el requerimiento de energía fija cuando hay un déficit o un excedente; en MWh.
$gs$	Nivel de generación durante el proceso de arranque; en MW.
$iny$	Inyección neta de potencia en un nodo; en MW.
$nt$	Número de transiciones de una unidad; adimensional.
$Per$	Pérdidas de transmisión.
$rco$	Capacidades requeridas por CENACE de reserva rodante de diez minutos, de diez minutos y suplementaria; en MW.
$rnr^{10}$	Capacidad de oferta de venta de reserva no rodante de diez minutos; en MW.
$rnr^S$	Capacidad de oferta de venta de reserva no rodante suplementaria; en MW.
$rro^{10}$	Capacidad de oferta de venta de reserva rodante de diez minutos; en MW.
$rro^S$	Capacidad de oferta de venta de reserva rodante suplementaria; en MW.
$rre$	Capacidad de oferta de venta para reserva de regulación secundaria; en MW.
$rre^{CENACE}$	Capacidad de reserva requerida por CENACE para regulación secundaria; en MW.
$sa$	Segmento de oferta de costo de arranque; binaria.
$Y$	Excedente de generación; en MW.
$\alpha$	Variable de arranque; binaria.
$\alpha^T$	Variable de inicio de operación para modos de operación de unidades con rango de operación discontinuo en los que no es posible arrancar; binaria.
$\beta$	Variable de asignación para operación; binaria.
$\beta^{RE}$	Variable de asignación para venta de reserva de regulación; binaria.
$\beta^{RO}$	Variable de asignación para el rango de operación; binaria.
$\beta^S$	Variable de asignación para proceso de arranque; binaria.
$\beta^{rn10}$	Variable de asignación para reserva no rodante de diez minutos, binaria
$\beta^{rns}$	Variable de asignación para reserva no rodante suplementaria, binaria
$\tau$	Variable de paro; binaria.

Cada variable definida en realidad representa todo un conjunto de variables dependiendo en algunos casos de la unidad, tipo de unidad, intervalo, modo de operación, segmento de oferta, participante, rama, lo cual por sencillez no se detalla en esta sección.

## Otros

- ( $\cdot$ ) Límite mínimo de ( $\cdot$ )
- ( $\bar{\cdot}$ ) Límite máximo de ( $\cdot$ )
- D Disponible, unidad de generación que está disponible para la asignación y despacho de unidades.
- $\bar{D}$  No disponible, unidad de generación que no está disponible para la asignación y despacho de unidades.
- A Asignable, unidad de generación sobre la cual se puede decidir su asignación.
- $\bar{A}$  No asignable, unidad de generación sobre la cual no se puede decidir su asignación.
- C Coordinable, unidad de generación que puede variar su nivel de generación entre un mínimo y un máximo.
- $\bar{C}$  No coordinable, unidad de generación con generación fija.

## 2.2 Modelo Matemático

Como se muestra en la Figura 1, las ofertas de compra de energía para el intervalo  $i$ , representan la potencia promedio de la demanda requerida entre el inicio y el fin del intervalo  $i$ . Así mismo, la generación para el intervalo  $i$  representa la potencia promedio que se genera entre el inicio y el fin del intervalo  $i$ .

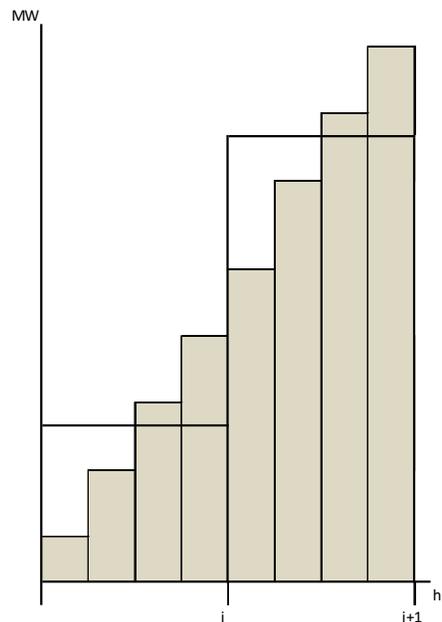


Figura 1: Promedio de demanda o generación durante el intervalo  $i$ .

## 2.2.1 Función objetivo

La función objetivo **minimiza** la suma de las siguientes expresiones:

1. Las ofertas de venta de energía de unidades térmicas con rangos de operación continuo y discontinuo (incluyendo sus costos asociados de arranque, costos en vacío, costo de generación durante el arranque y costos de transición entre modos de operación), unidades hidroeléctricas y unidades renovables intermitentes, así como las ofertas de compra de energía de las demandas.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in J} \left\{ \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} \left\{ \sum_{s \in \mathcal{S}} \{AR_{u,s} s a_{u,i,s}\} + \alpha_{u,i} ARU_u + (\beta_{u,i} + \beta_{u,i}^s) cv_{u,i} + P_{1,u,i}^{\text{OVE}} (g_{s,u,i} + \beta_{u,i} \underline{g}_{u,i}) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}} - \{1\}} \{P_{b,u,i}^{\text{OVE}} g b_{b,u,i}\} \right\} \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{M} \mathcal{A}_u} \sum_{s \in \mathcal{S}} AR_{m,u,s} s a_{m,u,i,s} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sum_{m \in \mathcal{M}_u} \left\{ (\beta_{m,u,i} + \beta_{m,u,i}^s) cv_{m,u,i} + P_{1,m,u,i}^{\text{OVE}} (g_{s,m,u,i} + \beta_{m,u,i} \underline{g}_{m,u,i}) \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i}^{\text{OVE}} - \{1\}} \{P_{b,m,u,i}^{\text{OVE}} g b_{b,m,u,i}\} \right\} + \sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} \sum_{l \neq m \in \mathcal{T} \mathcal{F}_{m,u}} CTM_{m,l,u} \alpha_{m,l,u}^T \right\} \\
 & \quad \left. + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} \{P_{u,i}^{\text{COP}} g_{u,i}\} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RE}}} \sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}}} \{P_{b,u,i}^{\text{OVE}} g b_{b,u,i}\} - \sum_{d \in \mathcal{D}} \left\{ \sum_{b \in \mathcal{B}_d^{\text{OCE}}} \{P_{b,d,i}^{\text{OCE}} d b_{b,d,i}\} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{1}$$

2. Las ofertas de venta servicios conexos de unidades térmicas con rangos de operación continuo, discontinuo, unidades hidroeléctricas y demandas controlables, así como los requerimientos de servicios conexos por parte del CENACE por zona de reserva y por sistema.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i \in J} \left\{ \sum_{r \in \mathcal{R}} \right\} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}} \cup \mathcal{U}_r^{\text{H}}} \{P_{u,i}^{\text{RNR}10} rnr_{u,i}^{10} + P_{u,i}^{\text{RNR}S} rnr_{u,i}^S + P_{u,i}^{\text{RRo}10} rro_{u,i}^{10} + P_{u,i}^{\text{RRoS}} rro_{u,i}^S + P_{u,i}^{\text{RRe}} rre_{u,i}\} \\
 & + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{M}_u} \{P_{m,u,i}^{\text{RNR}10} rnr_{m,u,i}^{10} + P_{m,u,i}^{\text{RNR}S} rnr_{m,u,i}^S\} \right. \\
 & + \sum_{m \in \mathcal{M}_u} \{P_{m,u,i}^{\text{RRo}10} rro_{m,u,i}^{10} + P_{m,u,i}^{\text{RRoS}} rro_{m,u,i}^S + P_{m,u,i}^{\text{RRe}} rre_{m,u,i}\} \\
 & + \sum_{d \in \mathcal{D}_r} \{P_{d,i}^{\text{DI}10} di_{d,i}^{10} + P_{d,i}^{\text{DIS}} di_{d,i}^S\} - \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{RCO}}} \left\{ P_{b,i,r}^{\text{RCO}} rco_{b,i,r} \right\} \\
 & - \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{RRe}}} \left\{ P_{b,i,r}^{\text{RRe}} rre_{b,i,r} \right\} - \sum_{b \in \mathcal{B}^{\text{RCO}}} \left\{ P_{b,i}^{\text{RCO}} rco_{b,i} \right\} \\
 & - \sum_{b \in \mathcal{B}^{\text{RRe}}} \left\{ P_{b,i}^{\text{RRe}} rre_{b,i} \right\} \left. \right\} \quad (2)
 \end{aligned}$$

3. Los costos de diversas penalizaciones tales como tener excedente de generación en los nodos del sistema, un corte de carga por cada carga participante, violar restricciones producción de energía para grupos de unidades térmicas, violar restricciones producción de energía por embalse, y violar límites en los grupos de ramas eléctricas.

$$\sum_{i \in J} \left\{ \sum_{n \in \mathcal{N}} \{CSY_{n,i}\} + \sum_{d \in \mathcal{D}} CDdf_{d,i} + \sum_{br \in \mathcal{BR}} P^{\text{BR}} (f_{br,i}^+ + f_{br,i}^-) \right\} + \sum_{e \in \mathcal{E}^{\text{LE}}} P^{\text{ELE}} gef_e^- + \sum_{o \in \mathcal{O}} P^{\text{GLE}} gef_o^- \quad (3)$$

## 2.2.2 Unidades con rango de operación continuo

### Nivel de generación:

El nivel de generación de una unidad en un intervalo dado es igual a la suma de su generación durante el proceso de arranque; más su nivel mínimo de generación operativo; más la generación de la suma de sus segmentos de generación exceptuando el primer segmento. El primer segmento de generación cubre desde potencia cero hasta potencia mínima.

$$g_{u,i} = g_{s_{u,i}} + \beta_{u,i} \underline{g}_{u,i} + \sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}} - \{1\}} g_{b,u,i}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (4)$$

### Segmentos de ofertas de venta de energía:

La generación de sincronización está limitada superiormente por el primer segmento de la oferta de venta marginal de energía.

$$0 \leq g_{s_{u,i}} \leq \beta_{u,i} G_{B_{1,u,i}}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (5)$$

El nivel de generación del segundo segmento en adelante de la oferta de venta de energía de una unidad está limitado por:

$$0 \leq g_{b,u,i} \leq \beta_{u,i} G_{B_{b,u,i}}, \quad \forall b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}} - \{1\}, u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (6)$$

### Reserva rodante de diez minutos:

El nivel de reserva rodante de diez minutos de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de emergencia de diez minutos (o su rampa de emergencia en la duración del periodo si éste es menor a diez minutos), la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva rodante de diez minutos.

$$0 \leq rro_{u,i}^{10} \leq \beta_{u,i} \overline{RRo}_{u,i}^{10}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (7)$$

$$\overline{RRo}_{u,i}^{10} = \min \left\{ RE_u^{10}, \overline{g}_{u,i} - \underline{g}_{u,i}, RRo_{u,i}^{10} \right\}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (8)$$

### Reserva rodante suplementaria:

El nivel de reserva rodante suplementaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de emergencia para

reserva rodante suplementaria, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva rodante suplementaria.

$$0 \leq rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i} \overline{RRo}_{u,i}^S, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (9)$$

$$\overline{RRo}_{u,i}^S = \min \left\{ RE_u^S, \bar{g}_{u,i} - \underline{g}_{u,i}, RRo_{u,i}^S \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (10)$$

### Reserva para regulación secundaria:

El nivel de reserva para regulación secundaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de regulación de  $x$  minutos, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva para regulación secundaria.

$$0 \leq rre_{u,i} \leq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \beta_{u,ro,i}^{RE} \overline{RRe}_{u,ro,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J} \quad (11)$$

$$\overline{RRe}_{u,ro,i} = \min \left\{ RR_u, \frac{1}{2} (\bar{g}_{u,ro}^{RO} - \underline{g}_{u,ro}^{RO}), RRe_{u,i} \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, ro \in \mathcal{RO}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (12)$$

Para el rango operativo cuyo límite mínimo es el límite mínimo de generación de la unidad  $\underline{g}_{u,ro}^{RO} = \underline{g}_{u,i}^{RE}$ . Para el rango operativo cuyo límite máximo es el límite máximo de generación de la unidad  $\bar{g}_{u,ro}^{RO} = \bar{g}_{u,i}^{RE}$ . Para los demás rangos de operación intermedios  $\underline{g}_{u,ro,i}^{RE} = \underline{g}_{u,ro}^{RO}$  y  $\bar{g}_{u,ro,i}^{RE} = \bar{g}_{u,ro}^{RO}$ .

### Límite sobre las reservas rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad para incrementar la generación de una unidad como reserva rodante de diez minutos y como reserva rodante suplementaria está limitada por la rampa de emergencia en el tiempo determinado para la reserva suplementaria.

$$rro_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i} RE_u^S, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (13)$$

### Reserva no rodante de diez minutos:

El nivel de reserva no rodante de diez minutos de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva no rodante de diez minutos.

$$0 \leq rnr_{u,i}^{10} \leq (1 - \beta_{u,i}^S - \beta_{u,i}) RNR_{u,i}^{10}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (14)$$

### Reserva no rodante suplementaria:

El nivel de reserva no rodante suplementaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva no rodante suplementaria.

$$0 \leq rnr_{u,i}^S \leq (1 - \beta_{u,i}^S - \beta_{u,i})RNR_{u,i}^S, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (15)$$

### Límite sobre las reservas no rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad para arrancar y producir potencia de una unidad como reserva no rodante de diez minutos y como reserva no rodante suplementaria está limitada por el máximo entre la oferta de reserva no rodante de diez minutos y la oferta de reserva no rodante suplementaria. Cuando existen ambas ofertas, se debe de cumplir que  $RNR_{u,i}^S \geq RNR_{u,i}^{10}$ .

$$rnr_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^S \leq (1 - \beta_{u,i}^S - \beta_{u,i})\max\{RNR_{u,i}^{10}, RNR_{u,i}^S\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (16)$$

### Límite máximo de generación operativo:

Para una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación, más su reserva rodante de diez minutos, más su reserva rodante suplementaria debe ser menor o igual a su potencia máxima operativa, si la unidad se encuentra en operación, o menor o igual a su potencia mínima operativa si la unidad se encuentra en proceso de arranque.

$$g_{u,i} + rre_{u,i} + rro_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i}\bar{g}_{u,i} + \beta_{u,i}^S\underline{g}_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (17)$$

Para una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser menor o igual al límite máximo del rango operativo seleccionado. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación más su reserva para regulación secundaria debe ser menor o igual al límite máximo de regulación secundaria para el rango operativo seleccionado.

$$g_{u,i} + rre_{u,i} \leq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \left\{ \beta_{u,ro}^{RO} \bar{g}_{u,ro}^{RO} + \beta_{u,ro}^{RE} \left( \bar{g}_{u,ro}^{RE} - \bar{g}_{u,ro}^{RO} \right) \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (18)$$

$$\beta_{u,ro}^{RE} \leq \beta_{u,ro}^{RO}, \forall u \in \mathcal{U}^{RC}, ro \in \mathcal{RO}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (19)$$

### Límite mínimo de generación operativo:

Para una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser mayor o igual al límite mínimo del rango operativo seleccionado. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación menos su reserva para regulación secundaria debe ser mayor o igual al límite mínimo de regulación secundaria para el rango operativo seleccionado.

$$g_{u,i} - rre_{u,i} \geq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \left\{ \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}} g_{u,ro}^{\text{RO}} + \beta_{u,ro,i}^{\text{RE}} \left( g_{u,ro,i}^{\text{RE}} - g_{u,ro}^{\text{RO}} \right) \right\} + \beta_{u,i}^{\text{S}} g_u^{\text{Sinc}}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (20)$$

### Transiciones entre las condiciones de operación y paro:

Una unidad no puede arrancar y parar a la misma vez.

$$\alpha_{u,i} + \tau_{u,i} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (21)$$

Las transiciones entre los modos operación y paro se rigen por la siguiente restricción:

$$\beta_{u,i} - \beta_{u,i-1} - \alpha_{u,i} + \tau_{u,i} + \beta_{u,i}^{\text{S}} - \beta_{u,i-1}^{\text{S}} = 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (22)$$

Para las unidades con tiempo de sincronización cero, las variables de asignación durante la sincronización se fijan a cero.

### Rangos operativos:

Para que un rango operativo de una unidad esté activo, la unidad debe de estar asignada para operación.

$$\sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}} = \beta_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (23)$$

### Número máximo de paros:

El número de paros de una unidad durante la duración del MDA está limitado superiormente por:

$$\sum_{i \in \mathcal{J}} \tau_{u,i} \leq \overline{NP}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}. \quad (24)$$

### Tiempo mínimo de operación:

Una vez que una unidad ha sido puesta en operación, ésta debe permanecer en dicha condición al menos el número mínimo de horas preestablecido.

$$\sum_{i'=i+ts_u}^{i+ts_u+\bar{t}_u-1} \beta_{u,i'} - \bar{t}_u \alpha_{u,i} \geq 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (25)$$

### Tiempo mínimo de paro:

Una vez que una unidad ha sido puesta en paro, ésta debe permanecer en dicha condición al menos el número mínimo de horas preestablecido.

$$\sum_{i'=i}^{i+t_u-1} \beta_{u,i'} + t_u \tau_{u,i} \leq t_u, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (26)$$

### Condiciones durante el arranque:

La unidad no se encuentra asignada para operación durante el tiempo que toma el arranque.

$$\sum_{i'=i}^{i+ts_u-1} \beta_{u,i'} + ts_u \alpha_{u,i} \leq ts_u, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (27)$$

La unidad se encuentra asignada para el proceso de arranque durante el tiempo que toma el arranque.

$$\sum_{i'=i}^{i+ts_u-1} \beta_{u,i'}^s - ts_u \alpha_{u,i} \geq 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (28)$$

Para que una unidad pueda entrar al proceso de arranque ésta debe de estar apagada en el periodo anterior.

$$\beta_{u,i-1} + \beta_{u,i}^s \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (29)$$

El nivel de generación de una unidad durante el proceso de arranque está limitado inferiormente por su potencia de sincronización y superiormente por su potencia mínima operativa.

$$\beta_{u,i}^s g_u^{\text{sinc}} \leq g_{s_{u,i}} \leq \beta_{u,i}^s \underline{g}_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (30)$$

La rampa de subida de una unidad durante el proceso de arranque se limita con las siguientes dos restricciones:

$$g_{s_{u,i}} - g_{s_{u,i-1}} \leq g_u^{\text{sinc}} (\beta_{u,i}^s - \beta_{u,i-1}^s) + RS_u^{\text{sinc}} \beta_{u,i-1}^s, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (31)$$

$$gS_{u,i} - gS_{u,i-1} \geq RS_u^{\text{sinc}} \beta_{u,i-1}^S + \underline{g}_{u,i} \beta_{u,i} - \varepsilon^1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J} - \{1\}. \quad (32)$$

### Arranque simultáneo de unidades gemelas (mismo transformador de arranque):

No se permite el arranque simultáneo de unidades que compartan el mismo transformador de arranque (unidades gemelas).

$$\sum_{u \in A_p} \alpha_{u,i} \leq 1, \quad \forall p \in P, i \in \mathcal{J} \quad (33)$$

No se permite la sincronización de otra unidad gemela, sino hasta que acabe el proceso de sincronización de una unidad gemela ya arrancada.

$$\sum_{v \in A_p - \{u\}} \alpha_{v,i} \leq \beta_{u,i} + 1 - \beta_{u,i}^S, \quad \forall u \in A_p, i \in \mathcal{J} \quad (34)$$

### Rampas de subida y bajada para operación:

Las rampas de subida y bajada para operación de una unidad limitan los cambios en generación de un intervalo a otro. Puede encender y apagar a potencia mínima más su valor de rampa.

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}}} gb_{b,u,i} + \underline{g}_{u,i} \beta_{u,i-1} - \left( \sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i-1}^{\text{OVE}}} gb_{b,u,i-1} + \underline{g}_{u,i-1} \beta_{u,i-1} \right) \leq RS_u, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}, \quad (35)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i-1}^{\text{OVE}}} gb_{b,u,i-1} + \underline{g}_{u,i-1} \beta_{u,i-1} - \left( \sum_{b \in \mathcal{B}_{u,i}^{\text{OVE}}} gb_{b,u,i} + \underline{g}_{u,i} \beta_{u,i} \right) \leq RB_u, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (36)$$

### Restricciones para considerar costos variables de arranque:

Los segmentos ofertados por una unidad para el arranque son como se muestran en la Figura 2.

Como se observa, el valor de la oferta, en \$, para el segmento 1 permanece constante durante todas las horas comprendidas en el intervalo  $[T_1, \bar{T}_1)$ . Es el mismo caso para todos los demás segmentos.

<sup>1</sup> Este es un valor muy pequeño que se introduce para evitar problemas de precisión numérica.

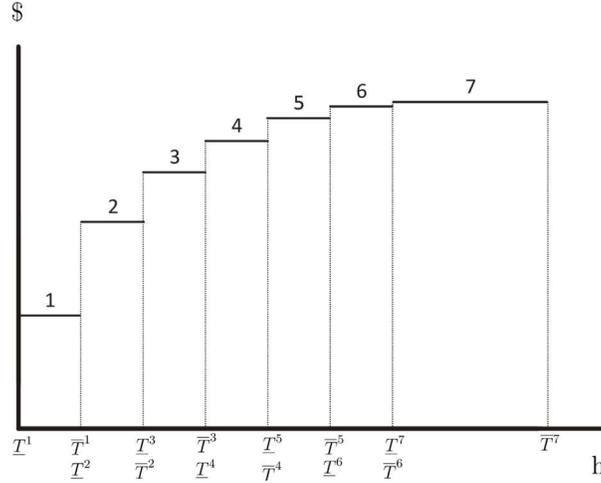


Figura 2: Oferta de arranque.

La siguiente restricción relaciona las variables de paro en los intervalos previos al intervalo actual con su correspondiente segmento de arranque cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Esta restricción garantiza que el número de horas que la unidad ha estado en paro se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque comprendido entre  $[T_{u,s}, \bar{T}_{u,s})$ .

$$sa_{u,i,s} \leq \sum_{i' \in J'_{u,i}} \tau_{u,i'}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}. \quad (37)$$

Donde  $J'_{u,i} = \{i' | i - \bar{T}_{u,s} + 1 \leq i' \leq i - T_{u,s}, 0 < i' < i\}$ .

Las siguientes dos restricciones establecen la relación entre el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales y su correspondiente segmento de arranque cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Estas restricciones garantizan que el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque comprendido entre  $[T_{u,s}, \bar{T}_{u,s})$ .

$$sa_{u,i,s} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}, \quad (38)$$

$$sa_{u,i,s} \leq 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}. \quad (39)$$

Sólo una de las dos ecuaciones anteriores se usa a la vez. La Ecuación (38) se usa cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$i - \bar{T}_{u,s} + 1 \leq 0, \quad (40)$$

$$i - T_{u,s} \leq 0, \quad (41)$$

$$T_{u,s} - H_u^{\text{P.C.I}} + 1 \leq i \leq \bar{T}_{u,s} - H_u^{\text{P.C.I}}. \quad (42)$$

Si este no es el caso, se usa la Ecuación (39).

La siguiente restricción relaciona las variables de paro para intervalos que se encuentran en, o más allá de, el número de horas del último segmento de arranque cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Esta restricción garantiza que el número de horas que la unidad ha estado en paro se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque comprendido entre  $[\underline{T}_{u,|s|}, \bar{T}_{u,|s|})$ .

$$sa_{u,i,|s|} \leq \sum_{i' \in \mathcal{J}_{u,i}^*} \tau_{u,i'}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (43)$$

Donde  $\mathcal{J}_{u,i}^* = \{i' | 1 \leq i' \leq i - \underline{T}_{u,|s|}, i' > 0\}$ .

Las siguientes dos ecuaciones establecen la relación entre el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales cuando dicho número es mayor o igual al número de horas del último segmento de arranque cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Estas ecuaciones garantizan que el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque comprendido entre  $[\underline{T}^{|s|}, \bar{T}^{|s|})$ .

$$sa_{u,i,|s|} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}, \quad (44)$$

$$sa_{u,i,|s|} \leq 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (45)$$

Sólo una de las dos ecuaciones anteriores se usa a la vez. La Ecuación (44) se usa cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$i - \underline{T}_{u,|s|} \leq 0, \quad (46)$$

$$i \geq \underline{T}_{u,|s|} - H_u^{\text{P.C.I}} + 1. \quad (47)$$

Si este no es el caso, se usa la Ecuación (45).

La relación entre los segmentos de arranque y las variables de arranque es:

$$\alpha_{u,i} \leq \sum_{s \in \mathcal{S}} sa_{u,i,s}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}, i \in \mathcal{J}. \quad (48)$$

Los límites sobre las variables de paro son:

$$0 \leq \tau_{u,i'} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}_{i'-1}^{\text{RC,DAX}} \cup \mathcal{U}_{i'-1}^{\text{RC,DAX}} \cup \mathcal{U}_{i'}^{\text{RC,DXX}} \cup \mathcal{U}_{i'}^{\text{RC,DAX}}, i' \in \mathcal{J}'_{u,i}, \quad (49)$$

$$\tau_{u,i'} = 0, \forall u \in \mathcal{U}_{i'-1}^{\text{RC,DXX}} \cup \mathcal{U}_{i'}^{\text{RC,DAX}}, i' \in \mathcal{J}'_{u,i} \quad (50)$$

### 2.2.3 Unidades con rango de operación discontinuo

#### Nivel de generación:

El nivel de generación para cada modo de operación de una unidad es igual a la suma de la generación durante el proceso de arranque, en caso de ser un modo en el que se es posible arrancar; más el nivel mínimo de generación operativo del modo de operación de la unidad; más la generación de la suma de sus segmentos exceptuando el primer segmento del modo de operación de la unidad. El primer segmento de generación cubre desde potencia cero hasta potencia mínima.

$$g_{m,u,i} = g_{s_{m,u,i}} + \beta_{m,u,i} \underline{g}_{m,u,i} + \sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i}^{\text{OVE}} - \{1\}} g_{b,m,u,i}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (51)$$

#### Segmentos de ofertas de venta de energía:

La generación de sincronización de un modo arrancable está limitada superiormente por el primer segmento de la oferta de venta marginal de energía.

$$0 \leq g_{s_{m,u,i}} \leq \beta_{m,u,i} G_{B_{1,m,u,i}}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_{\mathcal{A}_u}, i \in \mathcal{J}. \quad (52)$$

El nivel de generación del segundo segmento en adelante de la oferta de venta de energía de los modos de operación de una unidad está limitado por:

$$0 \leq g_{b,m,u,i} \leq \beta_{m,u,i} G_{B_{b,m,u,i}}, \quad \forall b \in \mathcal{B}_{m,u}^{\text{OVE}} - \{1\}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (53)$$

#### Reserva rodante de diez minutos:

El nivel de reserva rodante de diez minutos de una unidad por modo de operación debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de emergencia de diez minutos, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado, y su oferta de reserva rodante de diez minutos.

$$0 \leq rro_{m,u,i}^{10} \leq \beta_{m,u,i} \overline{RRO}_{m,u,i}^{10}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, i \in \mathcal{J}. \quad (54)$$

$$\overline{RRO}_{m,u,i}^{10} = \min \left\{ RE_{m,u}^{10}, \overline{g}_{m,u,i} - \underline{g}_{m,u,i}, RRO_{m,u,i}^{10} \right\}, \quad \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (55)$$

#### Reserva rodante suplementaria:

El nivel de reserva rodante suplementaria de una unidad por modo de operación debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa

de emergencia para reserva rodante suplementaria, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado, y su oferta de reserva rodante suplementaria.

$$0 \leq rro_{m,u,i}^S \leq \beta_{m,u,i} \overline{RRo}_{m,u,i}^S, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, i \in \mathcal{J}. \quad (56)$$

$$\overline{RRo}_{m,u,i}^S = \min \left\{ RE_{m,u}^S, \bar{g}_{m,u,i} - \underline{g}_{m,u,i}, RRo_{m,u,i}^S \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (57)$$

### Reserva para regulación secundaria:

El nivel de reserva para regulación secundaria de una unidad por modo de operación debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de regulación de  $x$  minutos, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado, y su oferta de reserva para regulación secundaria.

$$0 \leq rre_{m,u,i} \leq \beta_{m,u,i}^{RE} \overline{RRe}_{m,u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, i \in \mathcal{J} \quad (58)$$

$$\overline{RRe}_{m,u,i} = \min \left\{ RR_{m,u}, \bar{g}_{m,u,i}^{RE} - \underline{g}_{m,u,i}^{RE}, RRe_{m,u,i} \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (59)$$

### Límite sobre las reservas rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad para incrementar la generación del modo de operación de una unidad como reserva rodante de diez minutos y como reserva rodante suplementaria está limitada por la rampa de emergencia en el tiempo especificado para la reserva suplementaria.

$$rro_{m,u,i}^{10} + rro_{m,u,i}^S \leq \beta_{m,u,i} RE_{m,u}^S, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, i \in \mathcal{J}. \quad (60)$$

### Reserva no rodante de diez minutos:

El nivel de reserva no rodante de diez minutos de una unidad por modo de operación en el que se puede arrancar debe de ser positivo y está limitado superiormente su oferta de reserva no rodante de diez minutos e inferiormente por la cantidad que resulte menor entre su potencia mínima de sincronización en diez minutos y su potencia mínima operativa.

$$\beta_{m,u,i}^{RNR} \underline{RNR}_{m,u,i}^{10} \leq rnr_{m,u,i}^{10} \leq \beta_{m,u,i}^{RNR} \overline{RNR}_{m,u,i}^{10}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (61)$$

$$\underline{RNR}_{m,u,i}^{10} = \min \left\{ g_{m,u}^{sinc10}, \underline{g}_{m,u} \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (62)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}_u} \beta_{m,u,i}^{RNR} \leq \beta_{0,u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (63)$$

El modo de operación cero (0) indica que la unidad está en paro.

### Reserva no rodante suplementaria:

El nivel de reserva no rodante suplementaria de una unidad por modo de operación en el que se puede arrancar debe de ser positivo y está limitada superiormente su oferta de reserva no rodante suplementaria e inferiormente por la cantidad que resulte menor entre su potencia mínima de sincronización para reserva no rodante suplementaria y su potencia mínima operativa.

$$\beta_{m,u,i}^{\text{RNR}} \underline{\text{RNR}}_{m,u,i}^{\text{S}} \leq \text{rnr}_{m,u,i}^{\text{S}} \leq \beta_{m,u,i}^{\text{RNR}} \text{RNR}_{m,u,i}^{\text{S}}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{MA}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (64)$$

$$\underline{\text{RNR}}_{m,u,i}^{\text{S}} = \min \{ \underline{g}_{m,u}^{\text{sincS}}, \underline{g}_{m,u} \}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (65)$$

### Límite sobre las reservas no rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad para arrancar en un modo en el que se puede arrancar y producir potencia como reserva no rodante de diez minutos y como reserva no rodante suplementaria está limitada por el máximo entre la oferta de reserva no rodante de diez minutos y la oferta de reserva no rodante suplementaria. Cuando existen ambas ofertas, se debe de cumplir que  $\text{RNR}_{m,u,i}^{\text{S}} \geq \text{RNR}_{m,u,i}^{10}$ .

$$\text{rnr}_{m,u,i}^{10} + \text{rnr}_{m,u,i}^{\text{S}} \leq \beta_{m,u,i}^{\text{RNR}} \max(\text{RNR}_{m,u,i}^{10}, \text{RNR}_{m,u,i}^{\text{S}}), \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{MA}, i \in \mathcal{J}. \quad (66)$$

### Límite máximo de generación operativo:

Para cualquier modo de operación de una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación, más su reserva rodante de diez minutos, más su reserva rodante de suplementaria debe ser menor o igual a su potencia máxima operativa, si la unidad se encuentra en operación, o menor o igual a su potencia mínima operativa si la unidad se encuentra en proceso de arranque.

$$g_{m,u,i} + \text{rre}_{m,u,i} + \text{rro}_{m,u,i}^{10} + \text{rro}_{m,u,i}^{\text{S}} \leq \beta_{m,u,i} \bar{g}_{m,u,i} + \beta_{m,u,i}^{\text{S}} \underline{g}_{m,u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (67)$$

Para cualquier modo de operación de una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser menor o igual a su límite máximo. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación más su reserva para regulación secundaria debe ser menor o igual a su límite máximo de regulación secundaria para el modo seleccionado.

$$g_{m,u,i} + \text{rre}_{m,u,i} \leq \beta_{m,u,i} \bar{g}_{m,u,i} + \beta_{m,u,i}^{\text{RE}} (\bar{g}_{m,u,i}^{\text{RE}} - \bar{g}_{m,u,i}), \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (68)$$

$$\beta_{m,u,i}^{\text{RE}} \leq \beta_{m,u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (69)$$

### Límite mínimo de generación operativo:

Para cualquier modo de operación de una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación menos su reserva para regulación secundaria debe ser mayor o igual a su potencia mínima operativa, si la unidad se encuentra en operación, o mayor o igual a su potencia de sincronización si la unidad se encuentra en proceso de arranque.

$$g_{m,u,i} - rre_{m,u,i} \geq \beta_{m,u,i} g_{m,u,i} + \beta_{m,u,i}^{RE} (g_{m,u,i}^{RE} - g_{m,u,i}) + \beta_{m,u,i}^S g_{m,u,i}^{sinc}, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (70)$$

Para cualquier modo de operación de una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser mayor o igual a su límite mínimo. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación menos su reserva para regulación secundaria debe ser mayor o igual a su límite mínimo de regulación secundaria para el modo seleccionado.

### Inicio de operación para los modos:

La relación entre el inicio de operación de los modos y sus variables de asignación está definida por las siguientes ecuaciones:

$$\alpha_{m,l,u,i}^T - tt_{m,l,u} \geq \beta_{m,u,i-1} + \beta_{l,u,i} - 1, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}, i \in \mathcal{J}. \quad (71)$$

$$\alpha_{m,l,u,i}^T = 0, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, l = m \in \mathcal{TF}_{m,u}, i \in \mathcal{J}. \quad (72)$$

### Transiciones factibles entre modos de operación:

Las transiciones factibles entre modos de operación están definidas por la siguiente restricción:

$$1 - \sum_{l \in \mathcal{TF}_{m,u}} \beta_{l,u,i} + \sum_{l \in \mathcal{TF}_{m,u}} \beta_{l,u,i} \leq 2(1 - \beta_{m,u,i-1}), \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, m \in \mathcal{M}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (73)$$

Una unidad puede estar en sólo un modo de operación a la vez.

$$\sum_{m \in \mathcal{M}_u} \beta_{m,u,i} = 1, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (74)$$

No se permite el arranque de un modo de operación arrancable y un paro a la vez.

$$\sum_{m \in \mathcal{MA}_u} \alpha_{m,u,i} + \tau_{u,i} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (75)$$

La relación entre la variable de asignación y arranque de un modo de operación en el que es posible arrancar y la variable de paro de una unidad es:

$$\sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} (\beta_{m,u,i} - \beta_{m,u,i-1}) + \sum_{m \in \mathcal{MA}_u} (\beta_{m,u,i}^S - \beta_{m,u,i-1}^S - \alpha_{m,u,i}) + \tau_{u,i} = 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (76)$$

Para las unidades con tiempo de sincronización cero, las variables de asignación durante la sincronización se fijan a cero.

### Número máximo de transiciones entre modos de operación:

El número de transiciones entre modos de operación factibles durante la duración del MDA está limitado superiormente.

$$nt_{m,l,u,i} = \beta_{m,u,i-1} + \beta_{l,u,i} - 1, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}, i \in \mathcal{J}, \quad (77)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{J}} nt_{m,l,u,i} \leq \overline{NT}_{m,l}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, m \in \mathcal{M}_u, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}. \quad (78)$$

### Tiempo mínimo de operación de modos en los que es posible arrancar:

Una vez que un modo de operación en el que es posible arrancar es seleccionado, la unidad debe permanecer en dicho modo al menos el número mínimo de horas preestablecido.

$$\sum_{i'=i+ts_{u,m}}^{i+ts_{u,m}+\bar{t}_{u,m}-1} \beta_{m,u,i'} - \bar{t}_{m,u} \alpha_{m,u,i} \geq 0, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (79)$$

### Tiempo mínimo de operación de modos a los que se puede transicionar de otros modos menos el paro:

Una vez que un modo de operación al que se puede transicionar de otro modo menos el paro es seleccionado, la unidad debe permanecer en dicho modo al menos el número mínimo de horas preestablecido.

$$\sum_{i'=i+tt_{m,l,u}}^{i+\bar{t}_{u,l}+tt_{m,l,u}-1} \beta_{l,u,i'} - \bar{t}_{l,u} \alpha_{m,l,u,i}^T \geq 0, \forall m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (80)$$

Durante el número de periodos que dura la transición del modo origen al modo destino, la unidad permanece en el modo origen.

$$\sum_{i'=i}^{i+tt_{m,l,u}-1} \beta_{m,u,i'} - tt_{m,l,u} \alpha_{m,l,u,i}^T \geq 0, \forall m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (81)$$

No se permite el inicio de una transición entre el modo origen y el modo destino hasta que el modo origen no haya completado su tiempo mínimo de operación.

$$\sum_{i'=i-\bar{t}_{u,m}}^i \beta_{m,u,i'} - (\bar{t}_{m,u} + 1) \alpha_{m,l,u,i}^T \geq 0, \forall m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, l \neq m \in \mathcal{TF}_{m,u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (82)$$

### Tiempo mínimo de paro:

Una vez que una unidad ha sido puesta en paro, ésta debe permanecer en dicho modo al menos el número mínimo de horas preestablecido.

$$\sum_{i'=i-\underline{t}_u}^i \beta_{0,u,i'} - (\underline{t}_u + 1) \alpha_{m,u,i} \geq 0, \forall m \in \mathcal{MA}_u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (83)$$

### Condiciones durante las secuencias de arranque:

Un modo de operación en el que es posible arrancar no se encuentra asignado para operación durante el tiempo que toma la secuencia de arranque.

$$\sum_{i'=i}^{i+ts_{m,u}-1} \beta_{m,u,i'} + ts_{m,u} \alpha_{m,u,i} \leq ts_{m,u}, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (84)$$

Un modo de operación en el que es posible arrancar se encuentra asignado para la secuencia de arranque durante el tiempo que toma el arranque.

$$\sum_{i'=i}^{i+ts_{m,u}-1} \beta_{m,u,i'}^S - ts_{m,u} \alpha_{m,u,i} \geq 0, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (85)$$

Para que una unidad pueda sincronizarse en algún modo de operación arrancable debe estar apagada en el intervalo anterior.

$$\beta_{0,u,i-1} - \sum_{m \in \mathcal{MA}_u} \beta_{m,u,i}^S \geq 0, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (86)$$

El nivel de generación de un modo de operación en el que se puede arrancar durante su secuencia de arranque está limitado inferiormente por su potencia de sincronización y superiormente por su potencia mínima operativa.

$$\beta_{m,u,i}^S \underline{g}_{m,u}^{\text{sinc}} \leq g_{S_{m,u,i}} \leq \beta_{m,u,i}^S \underline{g}_{m,u,i}, \forall m \in \mathcal{M}_{\mathcal{A}_u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (87)$$

La rampa de subida de un modo de operación en el que se puede arrancar durante su secuencia de arranque se limita con las siguientes dos restricciones.

$$g_{S_{m,u,i}} - g_{S_{m,u,i-1}} \leq \underline{g}_{m,u}^{\text{sinc}} (\beta_{m,u,i}^S - \beta_{m,u,i-1}^S) + RS_{m,u}^{\text{sinc}} \beta_{m,u,i-1}^S, \forall m \in \mathcal{M}_{\mathcal{A}_u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (88)$$

$$g_{S_{m,u,i}} - g_{S_{m,u,i-1}} \geq RS_{m,u}^{\text{sinc}} \beta_{m,u,i-1}^S - \underline{g}_{m,u,i} \beta_{m,u,i} - \varepsilon^2, \forall m \in \mathcal{M}_{\mathcal{A}_u}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J} - \{1\}. \quad (89)$$

### Rampas de subida para modos de operación:

La rampa de subida para los modos de operación de una unidad limita los cambios en generación de un intervalo a otro dentro del modo y la generación al inicio del modo de operación a potencia mínima más su rampa de subida.

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i}^{\text{OVE}}} g_{b,m,u,i} + \underline{g}_{m,u,i} \beta_{m,u,i-1} - \left( \sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i-1}^{\text{OVE}}} g_{b,m,u,i-1} + \underline{g}_{m,u,i-1} \beta_{m,u,i-1} \right) \leq RS_{m,u}, \forall m \in \mathcal{M}_u, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}, \quad (90)$$

### Rampas de bajada dentro de un modo de operación:

La rampa de bajada dentro de un modo de operación de una unidad limita los cambios en generación de un intervalo a otro dentro del modo. Puede transicionar a cualquier potencia del modo origen.

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i-1}^{\text{OVE}}} g_{b,m,u,i-1} + \underline{g}_{m,u,i-1} \beta_{m,u,i-1} - \left( \sum_{b \in \mathcal{B}_{m,u,i}^{\text{OVE}}} g_{b,m,u,i} + \underline{g}_{m,u,i} \beta_{m,u,i} \right) \leq RB_{m,u} + \bar{g}_{m,u,i-1} \sum_{l \in \mathcal{TF}_{m,u}} \alpha_{m,l,u,i-tt_{m,l,u}}^T, \forall m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}, i \in \mathcal{J}. \quad (91)$$

<sup>2</sup> Este es un valor muy pequeño que se introduce para evitar problemas de precisión numérica.

### Rampas de bajada hacia el modo 0 (apagado):

La rampa de bajada hacia el apagado limita la generación al final del modo de operación a potencia mínima más su rampa de bajada.

$$\sum_{b \in B_{m,u,i-1}^{OVE}} g b_{b,m,u,i-1} + \underline{g}_{m,u,i-1} \beta_{m,u,i-1} \leq (\underline{g}_{m,u,i-1} + RB_{m,u}) \tau_{u,i} + \bar{g}_{m,u,i-1} \sum_{l \in \mathcal{M}_u - \{0\}} \beta_{l,u,i}, \forall m \in \mathcal{M}_u - \{0\}, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (92)$$

### Restricciones para considerar costos variables de arranque:

La siguiente restricción relaciona las variables de paro de los intervalos previos al intervalo actual con su correspondiente segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Esta restricción garantiza que el número de horas que la unidad ha estado en paro se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar comprendido entre  $[\underline{T}^s, \bar{T}^s]$ .

$$sa_{m,u,i,s} \leq \sum_{i' \in \mathcal{J}'_{m,u,i}} \tau_{u,i'}, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}. \quad (93)$$

Donde  $\mathcal{J}'_{m,u,i} = \{i' | i - \bar{T}_{m,u,s} + 1 \leq i' \leq i - \underline{T}_{m,u,s}, 0 < i' < i\}$ .

Las siguientes dos restricciones establecen la relación entre el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales y el correspondiente segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Estas restricciones garantizan que el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar comprendido entre  $[\underline{T}_{m,u,s}, \bar{T}_{m,u,s}]$ .

$$sa_{m,i,s} \leq 1, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}, \quad (94)$$

$$sa_{m,u,i,s} \leq 0, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} - \{|\mathcal{S}|\}. \quad (95)$$

Sólo una de las dos ecuaciones anteriores se usa a la vez. La Ecuación (94) se usa cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$i - \bar{T}_{m,u,s} + 1 \leq 0, \quad (96)$$

$$i - \underline{T}_{m,u,s} \leq 0, \quad (97)$$

$$\underline{T}_{m,u,s} - H_u^{P.C.I} + 1 \leq i \leq \bar{T}_{m,u,s} - H_u^{P.C.I}. \quad (98)$$

Si este no es el caso, se usa la Ecuación (95).

La siguiente restricción relaciona las variables de paro para intervalos que se encuentran en, o más allá de, el número de horas del último segmento de arranque de cualquiera de los modos de operación en el que es posible arrancar cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Esta restricción garantiza que el número de horas que la unidad ha estado en paro se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar comprendido entre  $[\underline{T}_{m,u,|s|}, \bar{T}_{m,u,|s|}]$ .

$$sa_{m,u,i,|s|} \leq \sum_{i' \in \mathcal{J}'_{m,u,i}} \tau_{u,i'}, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (99)$$

Donde  $\mathcal{J}'_{m,u,i} = \{i' | 1 \leq i' \leq i - \underline{T}_{m,u,|s|}, i' > 0\}$ .

Las siguientes dos ecuaciones establecen la relación entre el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales cuando dicho número es mayor o igual al número de horas del último segmento de arranque de cualquiera de los modos de operación en el que es posible arrancar cuando ocurre un arranque en el intervalo actual. Estas restricciones garantizan que el número de horas que la unidad ha estado en paro en condiciones iniciales se encuentra dentro del intervalo del segmento de arranque del modo de operación en el que es posible arrancar comprendido entre  $[\underline{T}_{m,u,|s|}, \bar{T}_{m,u,|s|}]$ .

$$sa_{m,u,i,|s|} \leq 1, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}, \quad (100)$$

$$sa_{m,u,i,|s|} \leq 0, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RC}, i \in \mathcal{J}. \quad (101)$$

Sólo una de las dos ecuaciones anteriores se usa a la vez. La Ecuación (100) se usa cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$i - \underline{T}_{m,u,|s|} \leq 0, \quad (102)$$

$$i \geq \underline{T}_{m,u,|s|} - H_u^{P.C.I} + 1. \quad (103)$$

Si este no es el caso, se usa la Ecuación (101).

La relación entre los segmentos de arranque y las variables de arranque es:

$$\alpha_{m,u,i} \leq \sum_{s \in \mathcal{S}} sa_{m,u,i,s}, \forall m \in \mathcal{MA}_u, u \in \mathcal{U}^{RD}, i \in \mathcal{J}. \quad (104)$$

Los límites sobre las variables de paro son:

$$0 \leq \tau_{u,i'} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}_{i'-1}^{RD,DAX} \cup \mathcal{U}_{i'-1}^{RD,D\bar{A}X} \cup \mathcal{U}_{i'}^{RD,\bar{D}XX} \cup \mathcal{U}_{i'}^{RD,DAX}, i' \in \mathcal{J}'_{m,u,i}, \quad (105)$$

$$\tau_{u,i'} = 0, \forall u \in \mathcal{U}_{i'-1}^{RD,\bar{D}XX} \cup \mathcal{U}_{i'}^{RD,D\bar{A}X}, i' \in \mathcal{J}'_{m,u,i} \quad (106)$$

## 2.2.4 Unidades de centrales hidroeléctricas

### Oferta de venta de energía:

Las unidades hidroeléctricas que pertenecen a un mismo embalse ofrecen un mismo precio de oportunidad para generación de energía.

### Reserva rodante de diez minutos:

El nivel de reserva rodante de diez minutos de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de emergencia de diez minutos, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva rodante de diez minutos.

$$0 \leq rro_{u,i}^{10} \leq \beta_{u,i} \overline{RRo}_{u,i}^{10}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (107)$$

$$\overline{RRo}_{u,i}^{10} = \min \{ RE_u^{10}, \bar{g}_{u,i} - \underline{g}_{u,i}, RRo_{u,i}^{10} \}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (108)$$

### Reserva rodante suplementaria:

El nivel de reserva rodante suplementaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de emergencia para reserva rodante suplementaria, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva rodante suplementaria.

$$0 \leq rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i} \overline{RRo}_{u,i}^S, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (109)$$

$$\overline{RRo}_{u,i}^S = \min \{ RE_u^S, \bar{g}_{u,i} - \underline{g}_{u,i}, RRo_{u,i}^S \}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (110)$$

### Reserva para regulación secundaria:

El nivel de reserva para regulación secundaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por la cantidad que resulte menor entre su rampa de regulación de  $x$  minutos, la diferencia entre su potencia máxima y mínima operativa para un intervalo dado y su oferta de reserva para regulación secundaria.

$$0 \leq rre_{u,i} \leq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \beta_{u,ro}^{RE} \overline{RRe}_{u,ro,i}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J} \quad (111)$$

$$\overline{RRe}_{u,i} = \min \left\{ RR_w, \frac{1}{2} (\bar{g}_{u,ro}^{RO} - \underline{g}_{u,ro}^{RO}), RRe_{u,i} \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^H, ro \in \mathcal{RO}_u, i \in \mathcal{J}. \quad (112)$$

Para el rango operativo cuyo límite mínimo es el límite mínimo de generación de la unidad  $\underline{g}_{u,ro}^{RO} = \underline{g}_{u,i}^{RE}$ . Para el rango operativo cuyo límite máximo es el límite máximo de generación de la unidad  $\bar{g}_{u,ro}^{RO} = \bar{g}_{u,i}^{RE}$ . Para los demás rangos de operación intermedios  $\underline{g}_{u,ro,i}^{RE} = \underline{g}_{u,ro}^{RO}$  y  $\bar{g}_{u,ro,i}^{RE} = \bar{g}_{u,ro}^{RO}$ .

### Límite sobre las reservas rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad para incrementar la generación de una unidad como reserva rodante de diez minutos y como reserva rodante suplementaria está limitada por la rampa de emergencia en el tiempo determinado para la reserva suplementaria.

$$rro_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i} RE_u^S, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (113)$$

### Reserva no rodante de diez minutos:

El nivel de reserva no rodante de diez minutos de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva no rodante de diez minutos.

$$0 \leq rnr_{u,i}^{10} \leq (1 - \beta_{u,i}) RNR_{u,i}^{10}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (114)$$

### Reserva no rodante suplementaria:

El nivel de reserva no rodante suplementaria de una unidad debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva no rodante suplementaria.

$$0 \leq rnr_{u,i}^S \leq (1 - \beta_{u,i}) RNR_{u,i}^S, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (115)$$

### Límite sobre las reservas no rodante de diez minutos y suplementaria:

La capacidad de una unidad para arrancar y producir potencia como reserva no rodante de diez minutos y como reserva no rodante suplementaria está limitada al máximo entre la oferta de reserva no rodante de diez minutos y la oferta de reserva no rodante suplementaria. Cuando existen ambas ofertas, se debe de cumplir que  $RNR_{u,i}^S \geq RNR_{u,i}^{10}$ .

$$rnr_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^S \leq (1 - \beta_{u,i}) \max(RNR_{u,i}^{10}, RNR_{u,i}^S), \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (116)$$

### Límite máximo de generación operativo:

Para una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación, más su reserva rodante de diez minutos, más su reserva rodante suplementaria debe ser menor o igual a su potencia máxima operativa.

$$g_{u,i} + rre_{u,i} + rro_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S \leq \beta_{u,i} \bar{g}_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{I}. \quad (117)$$

Para una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser menor o igual al límite máximo del rango operativo seleccionado. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación más su reserva para regulación secundaria debe ser menor o igual al límite máximo de regulación secundaria para el rango operativo seleccionado.

$$g_{u,i} + rre_{u,i} \leq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \left\{ \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}} \bar{g}_{u,ro}^{\text{RO}} + \beta_{u,ro,i}^{\text{RE}} \left( \bar{g}_{u,ro,i}^{\text{RE}} - \bar{g}_{u,ro}^{\text{RO}} \right) \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{I}. \quad (118)$$

$$\beta_{u,ro,i}^{\text{RE}} \leq \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}}, \forall u \in \mathcal{U}^H, ro \in \mathcal{RO}_u, i \in \mathcal{I}. \quad (119)$$

Para una unidad dada que se defina como condensador síncrono, en un intervalo dado, su nivel de generación será cero.

$$g_{u,i} = 0, \forall u \in \mathcal{C}^H, i \in \mathcal{I}. \quad (120)$$

### Límite mínimo de generación operativo:

Para una unidad dada que no vende reserva de regulación secundaria, su nivel de generación debe ser mayor o igual al límite mínimo del rango operativo seleccionado. En caso de vender reserva de regulación secundaria, su nivel de generación menos su reserva para regulación secundaria debe ser mayor o igual al límite mínimo de regulación secundaria para el rango operativo seleccionado.

$$g_{u,i} - rre_{u,i} \geq \sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \left\{ \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}} \underline{g}_{u,ro}^{\text{RO}} + \beta_{u,ro,i}^{\text{RE}} \left( \underline{g}_{u,ro,i}^{\text{RE}} - \underline{g}_{u,ro}^{\text{RO}} \right) \right\}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{I}. \quad (121)$$

### Transiciones entre las condiciones de operación y paro:

Una unidad no puede arrancar y parar a la misma vez.

$$\alpha_{u,i} + \tau_{u,i} \leq 1, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{I}. \quad (122)$$

Las transiciones entre los modos operación y paro se rigen por la siguiente restricción:

$$\beta_{u,i} - \beta_{u,i-1} - \alpha_{u,i} + \tau_{u,i} = 0, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (123)$$

### Número máximo de paros:

El número de paros de una unidad durante la duración del MDA está limitado superiormente por:

$$\sum_{i \in \mathcal{J}} \tau_{u,i} \leq \overline{NP}, \forall u \in \mathcal{U}^H. \quad (124)$$

### Rangos operativos:

Para que un rango operativo de una unidad esté activo, la unidad debe de estar asignada para operación.

$$\sum_{ro \in \mathcal{RO}_u} \beta_{u,ro,i}^{\text{RO}} = \beta_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^H, i \in \mathcal{J}. \quad (125)$$

### Límite de energía por central o centrales asociadas a un embalse por día del MDA:

La energía producida por todas las unidades de la central hidroeléctrica y por todas las centrales pertenecientes al embalse debe de ser mayor o igual a un límite mínimo y menor o igual a un límite máximo de energía para el día del MDA.

$$\sum_{ci \in \mathcal{C}_e} \sum_{u \in \mathcal{U}_{ci}^H} \sum_{i \in \mathcal{J}} g_{u,i} - gef_e \leq \overline{EF}_e, \forall e \in \mathcal{E}^{\text{l.e.f.}} \quad (126)$$

$$\sum_{ci \in \mathcal{C}_e} \sum_{u \in \mathcal{U}_{ci}^H} \sum_{i \in \mathcal{J}} g_{u,i} + gef_e \geq \underline{EF}_e, \forall e \in \mathcal{E}^{\text{l.e.f.}} \quad (127)$$

## 2.2.5 Unidades renovables intermitentes

### Nivel de generación:

El nivel de generación de una unidad en un intervalo dado es igual a la generación de la suma de sus segmentos de generación.

$$g_{u,i} = \sum_{b \in \mathcal{B}_u^{\text{OVE}}} gb_{b,u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RE}}, i \in \mathcal{J}. \quad (128)$$

### Segmentos de ofertas de venta de energía:

El nivel de generación de los segmentos de las ofertas de venta de energía de una unidad está limitado por:

$$0 \leq gb_{b,u,i} \leq \beta_{u,i} GB_{b,u,i}, \forall b \in \mathcal{B}_u^{\text{OVE}}, u \in \mathcal{U}^{\text{RE}}, i \in \mathcal{J}. \quad (129)$$

### Límite máximo de generación operativo:

Para una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación debe ser menor o igual a su potencia máxima operativa.

$$g_{u,i} \leq \beta_{u,i} \bar{g}_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RE}}, i \in \mathcal{J}. \quad (130)$$

### Límite mínimo de generación operativo:

Para una unidad dada, en un intervalo dado, su nivel de generación debe ser mayor o igual a su potencia mínima operativa.

$$g_{u,i} \geq \beta_{u,i} \underline{g}_{u,i}, \forall u \in \mathcal{U}^{\text{RE}}, i \in \mathcal{J}. \quad (131)$$

## 2.2.6 Cargas participantes

### Segmentos de ofertas de compra de energía:

El nivel de demanda de los segmentos de las ofertas de compra de energía de una carga está limitado por:

$$0 \leq db_{b,d,i} \leq DB_{b,d,i}, \forall b \in \mathcal{B}_d^{\text{OCE}}, d \in \mathcal{D}, i \in \mathcal{J}. \quad (132)$$

### Reserva de diez minutos:

El nivel de reserva de diez minutos de una carga debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva de diez minutos.

$$0 \leq di_{d,i}^{10} \leq DI_{d,i}^{10}, \forall d \in \mathcal{D}, i \in \mathcal{J}. \quad (133)$$

### Reserva suplementaria:

El nivel de reserva suplementaria de una carga debe de ser positivo y está limitado superiormente por su oferta de reserva suplementaria.

$$0 \leq di_{d,i}^S \leq DI_{d,i}^S, \forall d \in \mathcal{D}, i \in \mathcal{J}. \quad (134)$$

### Límite sobre las reservas de diez minutos y suplementaria:

Se restringe la venta de la capacidad para cortar carga en diez y  $x$  minutos para reserva suplementaria a un valor no mayor a su requerimiento de demanda fija.

$$\sum_{b \in \mathcal{B}_d^{\text{OCE}}} db_{b,d,i} - di_{d,i}^{10} - di_{d,i}^S \geq 0, \forall d \in \mathcal{D}, i \in \mathcal{J}. \quad (135)$$

## 2.2.7 Restricciones del sistema eléctrico

### Balance de potencia horario:

La suma de las inyecciones netas de potencia en la isla eléctrica, más las pérdidas por transmisión deben ser igual a cero.

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} iny_{n,i} - Per_i = 0, \forall i \in \mathcal{J}, \quad (136)$$

Donde,

$$iny_{n,i} = \sum_{u \in \mathcal{U}_n} g_{u,i} - \sum_{d \in \mathcal{D}_n} \left( DF_{d,i} + \sum_{b \in \mathcal{B}_d^{\text{OCE}}} db_{b,d,i} - df_{d,i} \right) - Y_{n,i} + IN_{n,i}, \forall n \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{J}. \quad (137)$$

### Representación tangencial de pérdidas de transmisión:

Las pérdidas de transmisión se aproximan por un conjunto de planos tangenciales, que tienen la siguiente estructura:

$$Per_i - \sum_{n \in \mathcal{N}} sper_{n,i}^{k-1} iny_{n,i} \geq Per_i^{k-1} - \sum_{n \in \mathcal{N}} sper_{n,i}^{k-1} iny_{n,i}^{k-1}, \forall i \in \mathcal{J}, k \geq 1, \quad (138)$$

Donde,

$$sper_{n,i}^{k-1} = \left. \frac{\partial Per_i}{\partial iny_{n,i}} \right|_{iny_{n,i}^{k-1}}, \forall n \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{J}, k \geq 1, \quad (139)$$

$$Per_i^{k-1} = \sum_{br \in \mathcal{BR}} R_{br} (f_{br,i}^{k-1})^2, \forall i \in \mathcal{J}, k \geq 1. \quad (140)$$

Aquí,  $k$  representa el número de iteraciones (planos) para aproximar las pérdidas y  $f_{br,i}^{k-1}$  es el flujo que pasa a través de la rama  $br$  en el intervalo  $i$ . Para una corrida sin considerar las pérdidas en la transmisión, i.e.,  $k = 0$ , los términos  $spe_{n,i}^{-1}$  y  $Per_i^{-1}$  son iguales a cero.

### Límites sobre los flujos en grupos de ramas eléctricas:

Los flujos en los grupos de ramas eléctricas se representan a través de factores de participación (ver la referencia [3]) y están limitados en ambos sentidos.

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} sfb_{br,n,i} iny_{n,i} - f_{br,i}^+ \leq \overline{fp}_{br,i}, \forall br \in \mathcal{BR}, i \in \mathcal{J}, \quad (141)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} sfb_{br,n,i} iny_{n,i} + f_{br,i}^- \geq -\overline{fn}_{br,i}, \forall br \in \mathcal{BR}, i \in \mathcal{J}. \quad (142)$$

## 2.2.8 Requerimientos del CENACE por zona de reserva

### Reserva rodante de diez minutos:

La suma de la reserva de regulación y rodante de diez minutos que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo y unidades hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva) debe de ser mayor o igual al requerimiento de reserva rodante de diez minutos.

$$\begin{aligned} \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} rro_{u,i}^{10} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rro_{m,u,i}^{10} \\ + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} rro_{u,i}^{10} \geq \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{RRo10}} \text{CENACE}} rco_{b,i}, \forall i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}. \end{aligned} \quad (143)$$

### Reserva de diez minutos:

La suma de la reserva de regulación, rodante y no rodante de diez minutos que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo e hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva); más la suma de las cargas que se pueden interrumpir en diez minutos o menos debe de ser mayor o igual a la suma del requerimiento de reserva rodante de diez minutos más el requerimiento de reserva de diez minutos.

$$\begin{aligned}
& \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10}\} \\
& + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{MA}_u} rnr_{m,u,i}^{10} + \sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} rro_{m,u,i}^{10} \right\} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10}\} \\
& + \sum_{d \in \mathcal{D}_r} di_{d,i}^{10} \geq \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{RRo10}} \cup \mathcal{B}_r^{\text{R10}}} rco_{b,i,r}, \quad \forall i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}.
\end{aligned} \tag{144}$$

### Reserva suplementaria:

La suma de la reserva de regulación, rodante y no rodante de diez minutos, y suplementaria que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo e hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva); más la suma de las cargas que se pueden interrumpir en diez y  $x$  minutos para reserva suplementaria debe de ser mayor o igual a la suma del requerimiento de reserva rodante de diez minutos más el requerimiento de reserva de diez minutos más el requerimiento de reserva suplementaria.

$$\begin{aligned}
& \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^{\text{S}} + rnr_{u,i}^{\text{S}}\} \\
& + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{MA}_u} \{rnr_{m,u,i}^{10} + rnr_{m,u,i}^{\text{S}}\} + \sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} \{rro_{m,u,i}^{10} + rro_{m,u,i}^{\text{S}}\} \right\} \\
& + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^{\text{S}} + rnr_{u,i}^{\text{S}}\} + \sum_{d \in \mathcal{D}_r} \{di_{d,i}^{10} + di_{d,i}^{\text{S}}\} \\
& \geq \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{RRo10}} \cup \mathcal{B}_r^{\text{R10}} \cup \mathcal{B}_r^{\text{RS}}} rco_{b,i,r}, \quad \forall i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}.
\end{aligned} \tag{145}$$

### Segmentos de requerimientos de reserva de generación ante contingencias:

El nivel de reserva de los segmentos de los requerimientos de reserva está limitado por:

$$0 \leq rco_{b,i,r} \leq RCO_{b,i,r}, \quad \forall b \in \mathcal{B}_r^{\text{RRo10}} \cup \mathcal{B}_r^{\text{R10}} \cup \mathcal{B}_r^{\text{RS}}, \quad i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}. \tag{146}$$

### Reserva para regulación secundaria:

La suma de la reserva para regulación secundaria que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo y unidades hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva), debe de ser mayor o igual al requerimiento de reserva para regulación secundaria.

$$\sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}_r^{\text{H}}} rre_u \geq \sum_{b \in \mathcal{B}_r^{\text{CENACE}}} rre_{b,i,r}^{\text{CENACE}}, \forall i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}. \quad (147)$$

### Segmentos de requerimientos para regulación secundaria:

El nivel de reserva para regulación secundaria de los segmentos de los requerimientos de reserva para regulación secundaria está limitado por:

$$0 \leq rre_{b,i,r}^{\text{CENACE}} \leq RRe_{b,i,r}^{\text{CENACE}}, \forall b \in \mathcal{B}_r^{\text{CENACE}}, i \in \mathcal{J}, r \in \mathcal{R}. \quad (148)$$

## 2.2.9 Requerimientos del CENACE de reserva por sistema

### Reserva rodante de diez minutos:

La suma de la reserva de regulación y rodante de diez minutos que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo y unidades hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva) debe de ser mayor o igual al requerimiento de reserva rodante de diez minutos.

$$\begin{aligned} \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} rro_{u,i}^{10} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rro_{m,u,i}^{10} \\ + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} rro_{u,i}^{10} \geq \sum_{b \in \mathcal{B}^{\text{CENACE}}} rco_{b,i}, \forall i \in \mathcal{J}. \end{aligned} \quad (149)$$

### Reserva de diez minutos:

La suma de la reserva de regulación, rodante y no rodante de diez minutos que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo e hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva); más la suma de las cargas que se pueden interrumpir en diez minutos o menos debe de ser mayor o igual a la suma del requerimiento de reserva rodante de diez minutos más el requerimiento de reserva de diez minutos.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10}\} \\
 & + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{M}\mathcal{A}_u} rnr_{m,u,i}^{10} + \sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} rro_{m,u,i}^{10} \right\} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10}\} \\
 & + \sum_{d \in \mathcal{D}_r} di_{d,i}^{10} \geq \sum_{b \in \mathcal{B}^{\text{CENACE}} \cup \mathcal{B}^{\text{CENACE}}} \begin{matrix} \text{RRo10} & \text{R10} \\ rco_{b,i}, \forall i \in \mathcal{J}. \end{matrix}
 \end{aligned} \tag{150}$$

### Reserva suplementaria:

La suma de la reserva de regulación, rodante y no rodante de diez minutos, y suplementaria que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo e hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva); más la suma de las cargas que se pueden interrumpir en diez y  $x$  minutos para reserva suplementaria debe de ser mayor o igual a la suma del requerimiento de reserva rodante de diez minutos más el requerimiento de reserva de diez minutos más el requerimiento de reserva suplementaria.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} rre_u + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RC}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S + rnr_{u,i}^S\} \\
 & + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{RD}}} \left\{ \sum_{m \in \mathcal{M}\mathcal{A}_u} \{rnr_{m,u,i}^{10} + rnr_{m,u,i}^S\} + \sum_{m \in \mathcal{M}_u - \{0\}} \{rro_{m,u,i}^{10} + rro_{m,u,i}^S\} \right\} \\
 & + \sum_{u \in \mathcal{U}^{\text{H}}} \{rro_{u,i}^{10} + rnr_{u,i}^{10} + rro_{u,i}^S + rnr_{u,i}^S\} + \sum_{d \in \mathcal{D}_r} \{di_{d,i}^{10} + di_{d,i}^S\} \\
 & \geq \sum_{b \in \mathcal{B}^{\text{CENACE}} \cup \mathcal{B}^{\text{CENACE}} \cup \mathcal{B}^{\text{CENACE}}} \begin{matrix} \text{RRo10} & \text{R10} & \text{RS} \\ rco_{b,i}, \forall i \in \mathcal{J}. \end{matrix}
 \end{aligned} \tag{151}$$

### Segmentos de requerimientos de reserva de generación ante contingencias:

El nivel de reserva de los segmentos de los requerimientos de reserva está limitado por:

$$0 \leq rco_{b,i} \leq RCO_{b,i}, \forall b \in \mathcal{B}^{\text{CENACE}} \cup \mathcal{B}^{\text{CENACE}} \cup \mathcal{B}^{\text{CENACE}}, i \in \mathcal{J}. \tag{152}$$

### Reserva para regulación secundaria:

La suma de la reserva para regulación secundaria que aportan las unidades con rango de operación continuo, discontinuo y unidades hidroeléctricas (incluye condensadores síncronos que oferten reserva) debe de ser mayor o igual al requerimiento de reserva para regulación secundaria.

$$\sum_{u \in \mathcal{U}^{RC}} rre_{u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^{RD}} \sum_{m \in \mathcal{M}_u} rre_{m,u,i} + \sum_{u \in \mathcal{U}^H} rre_u \geq \sum_{\substack{RRe \\ b \in \mathcal{B}^{CENACE}}} rre_{b,i}^{CENACE}, \forall i \in \mathcal{J}. \quad (153)$$

### Segmentos de requerimientos para regulación secundaria:

El nivel de reserva para regulación secundaria de los segmentos de los requerimientos de reserva para regulación secundaria está limitado por:

$$0 \leq rre_{b,i}^{CENACE} \leq RRe_{b,i}^{CENACE}, \forall b \in \mathcal{B}^{CENACE}, i \in \mathcal{J}. \quad (154)$$

### 2.2.10 Otros requerimientos del CENACE

#### Limitación de energía para grupos de unidades térmicas por día del MDA:

La energía producida por todas las unidades térmicas pertenecientes a un grupo con limitación de energía debe de ser mayor o igual a un límite mínimo y menor o igual a un límite máximo de energía para el día del MDA. La limitación de energía por grupo de unidades térmicas se utiliza para representar a grupos de unidades con algún tipo de restricción en el consumo de energéticos.

$$\underline{EF}_o \leq \sum_{u \in \mathcal{U}_o} \sum_{i \in \mathcal{J}} g_{u,i} - gef_o^- \leq \overline{EF}_o, \forall o \in \mathcal{O}. \quad (155)$$

### 2.2.11 Límites de integralidad y cotas simples

$$sa, \alpha, \alpha^T \beta, \beta^S, \tau \in \{0,1\} \quad (156)$$

$$0 \leq f_{br,i}^+ \leq \overline{fp}_{br,i}, \forall br \in \mathcal{BR}, i \in \mathcal{J}. \quad (157)$$

$$0 \leq f_{br,i}^- \leq \overline{fn}_{br,i}, \forall br \in \mathcal{BR}, i \in \mathcal{J}. \quad (158)$$

$$0 \leq gef_e^- \leq EF_e, \forall e \in \mathcal{E}^{l.e.f.} \quad (159)$$

$$0 \leq gef_o^- \leq EF_o, \forall o \in \mathcal{O}. \quad (160)$$

$$X \geq 0 \quad (161)$$

$$Y \geq 0 \quad (162)$$

## 3.0 Precios Marginales Locales

Esta sección se describe la forma de calcular los precios marginales locales y precios de servicios conexos, tomando como base los resultados obtenidos del despacho del MDA.

A continuación se describe la manera de calcular los precios marginales nodales para un intervalo  $i$  del horizonte de planeación.

$$pml_{n,i} = \lambda_i + \sum_{br \in BR} \underline{\delta}_{br,i} s f br_{br,n,i} - \sum_{br \in BR} \bar{\delta}_{br,i} s f br_{br,n,i} - X_{i,k} s per_{n,i}^{k-1} \quad (163)$$

Donde,

$pml_{n,i}$  Precio marginal local en el nodo  $n$  e intervalo  $i$ .

$\lambda_i$  Multiplicador (variable dual) de la restricción de balance de potencia activa en el intervalo  $i$ .

$\bar{\delta}_{br,i}$  Multiplicador asociado a la restricción del límite superior de potencia activa del grupo restringido de ramas  $br$  e intervalo  $i$ .

$\underline{\delta}_{br,i}$  Multiplicador asociado a la restricción del límite inferior de potencia activa del grupo restringido de ramas  $br$  e intervalo  $i$ .

$X_{i,k}$  Multiplicador de la restricción activa que aproxima las pérdidas en el intervalo  $i$  para la iteración  $k$ .

#### 4.0 Precios de Reservas (Servicios Conexos)

Esta sección se describe la forma de calcular los precios de los distintos tipos de reserva, tomando como base los resultados obtenidos del despacho del MDA.

##### Reserva Rodante de 10 Minutos:

$$pmrro_{r,i}^{10} = \rho_{r,i}^{rr10} + \rho_{r,i}^{r10} + \rho_{r,i}^{rsu} \quad (164)$$

Donde,

$pmrro_{r,i}^{10}$  Precio de reserva rodante de 10 minutos para la zona  $r$  e intervalo  $i$ .

$\rho_{r,i}^{rr10}$  Multiplicador (costo marginal o variable dual) de la restricción de requerimiento de reserva rodante de diez minutos del CENACE para la zona  $r$  en el intervalo  $i$ .

$\rho_{r,i}^{r10}$  Multiplicador de la restricción de requerimiento de reserva de diez minutos del CENACE para la zona  $r$  en el intervalo  $i$ .

$\rho_{r,i}^{rsu}$  Multiplicador de la restricción de requerimiento de reserva suplementaria del CENACE para la zona  $r$  en el intervalo  $i$ .

### Reserva de 10 Minutos:

$$pmr_{r,i}^{10} = \rho_{r,i}^{r10} + \rho_{r,i}^{rsu} \quad (165)$$

Donde,

$pmr_{r,i}^{10}$  Precio de reserva de 10 minutos para la zona  $r$  e intervalo  $i$ .

### Reserva Suplementaria:

$$pmrsu_{r,i} = \rho_{r,i}^{rsu} \quad (166)$$

Donde,

$pmrsu_{r,i}$  Precio de reserva suplementaria para la zona  $r$  e intervalo  $i$ .

$\rho_{r,i}^{rre}$  Multiplicador de la restricción de requerimiento de reserva suplementaria del CENACE para la zona  $r$  en el intervalo  $i$ .

### Reserva de Regulación Secundaria:

$$pmrre_{r,i} = \rho_{r,i}^{rre} + \rho_{r,i}^{rr10} + \rho_{r,i}^{r10} + \rho_{r,i}^{rsu} \quad (167)$$

Donde,

$pmrre_{r,i}$  Precio de reserva de regulación para la zona  $r$  e intervalo  $i$ .

$\rho_{r,i}^{rre}$  Multiplicador de la restricción de requerimiento de reserva de regulación secundaria del CENACE para la zona  $r$  en el intervalo  $i$ .

La obtención de los precios para reservas por sistema es análoga a lo descrito arriba para por zona.